

Margolinas C. 1998 Le milieu et le contrat, concepts pour la construction et l'analyse de situations d'enseignement in R. Noirfalise (Eds) *Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques*, conférence, Actes de l'Université d'été, La Rochelle, Juillet 1998, ed. IREM Clermont-Ferrand, pp. 3-16

Le milieu et le contrat, concepts pour la construction et l'analyse de situations d'enseignement

par Claire MARGOLINAS

IUFM d'Auvergne et Equipe de didactique des mathématiques, Laboratoire Leibniz, Grenoble

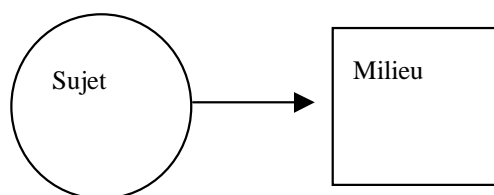
Dans ce texte, j'essayerai de montrer comment les deux concepts de milieu et de contrat sont importants pour la construction et l'analyse de situations d'enseignement. Ces deux concepts ont été introduits par Guy Brousseau dans le cadre de la théorie des situations (pour une synthèse, voir Brousseau 1998). Je résumerai tout d'abord les nécessités théoriques de cette introduction. Il s'agit en effet de concepts tout à fait centraux, nécessaires pour une bonne interprétation des notions de situations didactiques et adidactiques, mais parfois mal connus. Je me situerai ensuite sur le plan de l'analyse des situations d'enseignement, pour montrer comment ces notions permettent de comprendre le fonctionnement de situations tout à fait ordinaires, vécues dans des classes de mathématiques non organisées pour la recherche.

1- Le concept de milieu: une nécessité théorique

1.1- Nécessité du point de vue de la finalité de l'enseignement

Une des caractéristiques paradoxales du système d'enseignement est que sa finalité est de disparaître : à la sortie de l'école, l'ex-élève doit être capable d'utiliser ses connaissances dans des situations *non didactiques*, c'est-à-dire qui n'auront pas été construites spécialement pour lui faire acquérir ou pour évaluer une connaissance.

Dans ces situations non didactiques, le sujet cherche à produire des actions, des formulations, ou des preuves, pour agir sur *milieu* qui comprend des éléments matériels et éventuellement humains.



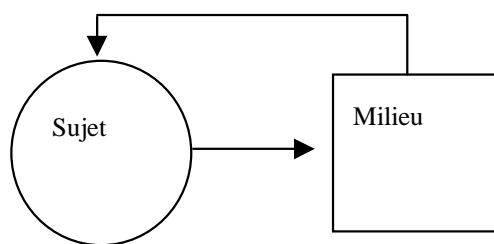
La résolution de cette finalité du système d'enseignement (qui est fondamentale, même s'il peut y en avoir d'autres) peut être obtenue de différentes manières. L'une d'entre elle consiste à ménager, dans la classe même, des situations dans lesquelles l'élève se retrouve en interaction avec un milieu qui aura été le plus possible épuré des intentions didactiques du professeur, Brousseau parle dans ce cas de situation *adidactique*. Il s'agit d'une fiction, que l'enseignant et l'élève peuvent partager un temps.

Margolinas C. 1998 Le milieu et le contrat, concepts pour la construction et l'analyse de situations d'enseignement in R. Noirfalise (Eds) *Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques*, conférence, Actes de l'Université d'Eté, La Rochelle, Juillet 1998, ed. IREM Clermont-Ferrand, pp. 3-16

« Entre le moment où l'élève accepte le problème comme sien et celui où il produit sa réponse, le maître se refuse à intervenir comme proposeur des connaissances qu'il veut voir apparaître. L'élève sait bien que le problème a été choisi pour lui faire acquérir une connaissance nouvelle mais il doit savoir aussi que cette connaissance est entièrement justifiée par la logique interne de la situation et qu'il peut la construire sans faire appel à des raisons didactiques. Non seulement il le peut, mais il le doit aussi car il n'aura véritablement acquis cette connaissance que lorsqu'il sera capable de la mettre en œuvre de lui-même dans des situations qu'il rencontrera en dehors de tout contexte d'enseignement et en l'absence de toute indication intentionnelle. » Brousseau 1998, page 59.

1-2 Nécessité du point de vue de l'apprentissage

En référence à la théorie piagétienne, on fait l'hypothèse psychologique suivante: le sujet apprend en s'adaptant (assimilation et accommodation) à un milieu qui est producteur de contradictions, de déséquilibres.

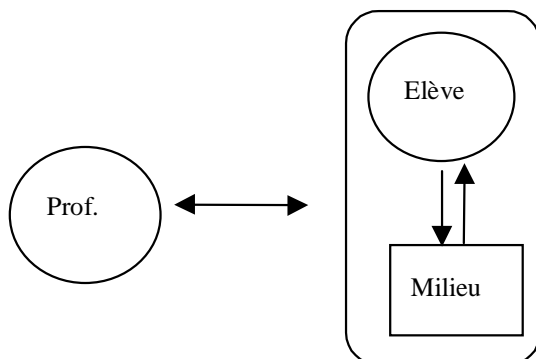


Cette hypothèse nous conduit-elle aussi à construire des situations dans lesquelles le sujet peut apprendre en s'adaptant à un milieu, Brousseau a nommé ce processus, dans sa réalisation en situation didactique, l'apprentissage par adaptation.

1-3 Le rôle du professeur dans l'organisation du milieu

Dans la perspective d'un enseignement basé sur l'apprentissage par adaptation, le professeur est l'organisateur des jeux de l'élève avec le milieu. C'est lui qui doit choisir les situations didactiques les plus adaptées.

On a donc le schéma suivant



Il est le garant de l'adéquation de la connaissance acquise avec le savoir visé (qui relève de la culture), ce qui nécessite une recherche de situations caractéristiques des différentes fonctions du savoir. Brousseau parle alors

Margolinas C. 1998 Le milieu et le contrat, concepts pour la construction et l'analyse de situations d'enseignement in R. Noirfalise (Eds) *Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques*, conférence, Actes de l'Université d'Eté, La Rochelle, Juillet 1998, ed. IREM Clermont-Ferrand, pp. 3-16

de la recherche d'une situation fondamentale d'un savoir donné, dont les variables engendrent les situations adidactiques cherchées.

Dans la situation de classe, le professeur doit donc établir puis maintenir la relation des élèves avec la situation adidactique choisie (Brousseau parle de processus de dévolution). Il est clair que le professeur ne se contente pas de livrer le problème aux élèves, mais qu'il soutient également leurs efforts, par exemple en rappelant les règles du jeu (c'est vous qui devez trouver mais pour cela il faut chercher, vous devez travailler sur le problème que je vous ai donné et pas sur un autre, etc.). D'autre part, il observe le travail des élèves, et cette observation lui est nécessaire pour gérer l'avancement du travail (activer les élèves les plus lents, par exemple), mais également pour prendre des décisions sur l'opportunité d'introduction d'une nouvelle valeur de variable dans la suite des situations, ou, plus généralement, de l'opportunité d'une nouvelle situation. C'est également cette observation qui lui permet de constituer une mémoire du travail des élèves qui pourra être utile par la suite, pour le rappel des difficultés rencontrées et de la façon de les dépasser, par exemple (voir la position symbolisée par P-1 dans le §4 consacré à la structuration du milieu).

1-4 Situation et milieu

Plaçons-nous maintenant dans une perspective *d'observation* et non plus de construction. Dans la plupart des classes, les professeurs n'organisent pas leur enseignement selon une suite de situations adidactiques, comme dans l'apprentissage par adaptation. Néanmoins le modèle de Brousseau va nous être très utile pour analyser des situations « ordinaires », non pas pour dénoncer une espèce d'écart hypothétique avec un modèle supposé idéal (ce qui serait aussi illusoire que stérile), mais pour permettre de caractériser les situations dans lesquelles les élèves sont effectivement plongés.

En effet, un sujet agit toujours dans un environnement, et interagit avec un milieu. Dans la plupart des situations « ordinaires » le milieu considéré n'a pas été organisé par une autre personne dans un but particulier, même s'il est en grande partie culturel, « l'organisation culturelle » reste très peu précise.

Quand ce sujet est un élève en situation didactique, plusieurs questions se posent:

- ☐ Quelle est l'adéquation entre le milieu avec lequel l'élève-sujet interagit et le milieu adidactique d'une situation fondamentale relative au savoir à enseigner?
- ☐ Quelles sont les connaissances nécessaires à l'interaction avec le milieu ou produites par cette interaction? Ces connaissances font-elles partie des connaissances caractéristiques du savoir à enseigner? Sinon, à quel(s) savoir(s) sont-elles relatives?

Quand ce sujet est un professeur en situation didactique, d'autres questions se posent:

- ☐ Le professeur contrôle-t-il le milieu avec lequel l'élève interagit?

Le professeur lui-même est en situation, et en interaction avec un milieu,

- ☐ Quelles sont les connaissances du professeur nécessaires à l'interaction avec le milieu ou produites par cette interaction?

Dans tous les cas, pour répondre à ces questions, il faut pouvoir construire un modèle du milieu dans lequel les élèves et le professeur interagissent (ce qui est l'objet du § 4).

Margolinas C. 1998 Le milieu et le contrat, concepts pour la construction et l'analyse de situations d'enseignement in R. Noirfalise (Eds) *Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques*, conférence, Actes de l'Université d'Eté, La Rochelle, Juillet 1998, ed. IREM Clermont-Ferrand, pp. 3-16

2- Le contrat didactique, une autre nécessité théorique et un exemple de fonctionnement et de dysfonctionnement

« Le contrat didactique est la règle du jeu et la stratégie de la situation didactique. C'est le moyen qu'a le maître de la mettre en scène. » (Brousseau 1998, page 60).

On emploie le qualificatif "didactique" pour signifier la part du contrat qui est spécifique de la connaissance mathématique visée.

En particulier, « Le professeur est supposé créer des conditions suffisantes pour l'appropriation des connaissances, et il doit reconnaître cette appropriation quand elle se produit » (idem page 61). Ce travail du professeur est connu de l'élève, qui l'observe et qui peut inférer des connaissances spécifiques: des *connaissances du contrat didactique*.

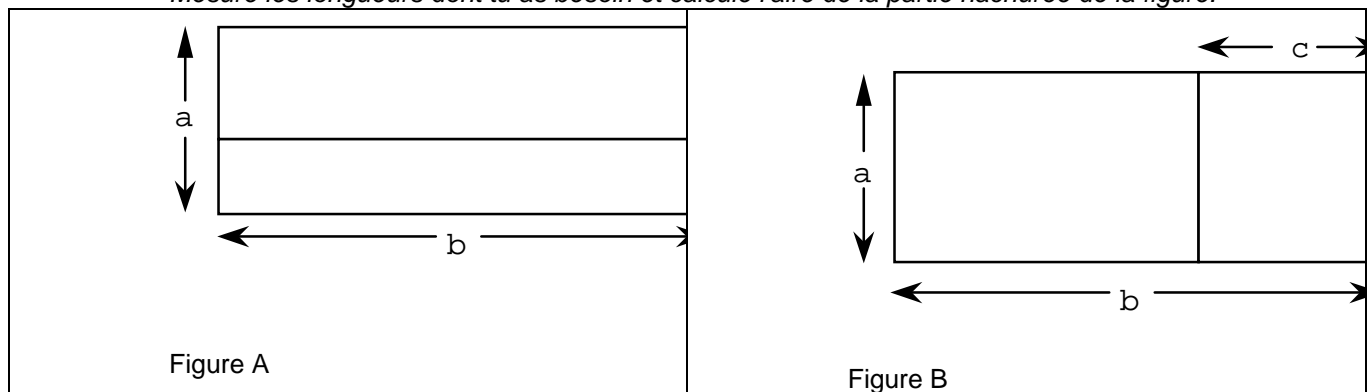
Ces connaissances peuvent être très efficaces dans la résolution de problèmes en situation didactique, mais elles relèvent du "métier" d'élève et, si elles lui permettent de donner des réponses correctes, elles ne sont donc pas un objectif d'enseignement, dans la mesure où elles ne s'adaptent qu'à des situations didactiques, créées pour l'enseignement, et à aucune situation non didactique, finalité de l'enseignement.

En algèbre, notamment, ces connaissances du contrat didactique permettent d'expliquer l'uniformité de certaines réponses, là où le problème ne les justifie pas.

Exemple: Voici un problème posé à des élèves de niveau 5^{ème}, au tout début de l'apprentissage du calcul littéral

Ecris une formule pour calculer l'aire de la partie hachurée de la figure.

Mesure les longueurs dont tu as besoin et calcule l'aire de la partie hachurée de la figure.



On peut classer les réponses des élèves en réponses justes attendues, réponses fausses attendues, *mais également réponses justes « inattendues »*.

Réponses justes attendues

type: $b \times (a - c)$ ou $b \times a - b \times c$	type: $a \times (b - c)$ ou $a \times b - a \times c$
4 réponses	3 réponses

Réponses fausses ou non-réponses

4 réponses	5 réponses
------------	------------

Réponses justes inattendues

Type $ xL$ ou $bx(a-1)$ ou $bxa - b$	Type $ xL$ ou $ax(b-a)$ ou $axb - a^2$
1 réponse	2 réponses

Margolinas C. 1998 Le milieu et le contrat, concepts pour la construction et l'analyse de situations d'enseignement in R. Noirfalise (Eds) *Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques*, conférence, Actes de l'Université d'Eté, La Rochelle, Juillet 1998, ed. IREM Clermont-Ferrand, pp. 3-16

Plusieurs remarques s'imposent : j'ai parlé de réponse juste « inattendue », en effet, il n'est pas faux de considérer que lxL est une formule pour l'aire du rectangle, c'est même la formule « standard ». Elle n'utilise pas ici les lettres données dans l'énoncé, et c'est ce qui fait son caractère inattendu (par le professeur), ce qui révèle « en creux » un élément du contrat didactique de ce type de travail algébrique : il faut utiliser les lettres données par l'énoncé.

De même, une formule du type $b \times (a - 1)$ pour la figure A n'est pas fautive, puisque $c=1$, d'autant que dans la question 2 on va justement demander aux élèves de mesurer. L'élément de contrat didactique qui rend cette formule inattendue est alors : on ne remplace les lettres données par l'énoncé par des valeurs numériques que quand c'est explicitement demandé.

Comme je l'ai signalé, les élèves sont ici au début de l'apprentissage du calcul littéral, et ce type de réponse disparaîtra assez vite, quand les règles du contrat seront mieux assimilées par les élèves.

Mais considérons un moment la question 2 d'un point de vue non didactique, c'est-à-dire essayons d'oublier un instant les raisons que peut avoir un professeur de poser cette question. Sur la figure B distribuée aux élèves, $a=2,5$ cm, $b = 6,5$ cm, $c=2,5$. Si l'on calcule selon la formule lxL , il suffit de mesurer la largeur du rectangle hachuré, soit 4 cm, et d'effectuer $4 \times 2,5$. Si par contre on utilise la deuxième formule juste et attendue, on doit effectuer $2,5 \times 6 \times 5 - 2,5 \times 2 \times 5$ ce qui, sans machine à calculer, comporte un grand risque d'erreur.

Les élèves observés se conforment à cette prévision, et l'on trouve beaucoup d'erreurs de calcul dans la question 2, parmi les élèves produisant les réponses attendues.

Dans le problème posé aux élèves, on constate donc que la conformité au contrat didactique peut être poussée jusqu'à l'absurde, en quelque sorte, puisqu'elle conduit les élèves à faire des erreurs. On peut se demander l'effet de ce type de problème sur la représentation des élèves des mathématiques : ça complique tout ? ou bien, c'est comme ça en math, mais je ne ferai jamais ça si je devais résoudre un problème ?

En conclusion, si le contrat didactique est nécessaire à l'établissement d'une situation didactique, les connaissances qu'il engendre peuvent parasiter l'apprentissage des contenus mathématiques. La description des connaissances du contrat est donc très importante pour essayer de limiter leur impact sur l'apprentissage, mais aussi pour rendre les enseignants plus conscients des dérives possibles de leur enseignement.

Le problème n'est donc pas d'explicitier le contrat, mais que le professeur connaisse les situations qu'il met en place et en contrôle la validité par rapport à ses objectifs, en particulier en évitant que les connaissances du contrat soient les seules connaissances à acquérir.

4- Descriptions du milieu

Dans les paragraphes précédents, j'ai insisté sur la nécessité théorique de décrire, non seulement l'élève et l'enseignant, mais également le milieu. Mais encore faut-il savoir de quoi est constitué ce milieu, et plus exactement le milieu adidactique de l'élève, qui nous intéresse principalement. On imagine bien que le milieu n'est pas uniquement matériel (par exemple, un élève de Terminale va considérer, dans un problème d'arithmétique, les nombres entiers comme faisant partie du « matériel » à sa disposition, même s'il s'agit d'objets conceptuels). D'autre part, tout le milieu matériel présent dans la classe ne fait sans doute pas partie du milieu de la situation adidactique de l'élève (les radiateurs, les tables, les chaises, etc.). D'autre part, quand l'élève est impliqué dans une situation de formulation, d'autres élèves font partie du milieu... Les paragraphes qui suivent vont donc esquisser cette question, selon plusieurs approches et plusieurs échelles de description.

Margolinas C. 1998 Le milieu et le contrat, concepts pour la construction et l'analyse de situations d'enseignement in R. Noirfalise (Eds) *Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques*, conférence, Actes de l'Université d'Eté, La Rochelle, Juillet 1998, ed. IREM Clermont-Ferrand, pp. 3-16

4.1- Organisation du milieu et enseignement

« La situation adidactique finale de référence, celle qui caractérise le savoir, peut-être étudiée de façon théorique mais, dans la situation didactique, pour le maître comme pour l'élève, elle est une sorte d'idéal vers lequel il s'agit de converger : l'enseignant doit sans cesse aider l'élève à dépouiller dès que possible la situation de tous ses artifices didactiques pour laisser la connaissance personnelle et objective. » (Brousseau 1998, page 60)

Pour qu'une telle ambition soit possible, le professeur doit organiser le milieu pour permettre une interaction élève - milieu. Rentrons un peu dans les caractéristiques nécessaires du milieu.

Brousseau (1998, page 93) définit le milieu comme le système *antagoniste* du système enseigné. Fregona (1995) insiste sur le qualificatif *antagoniste*:

« Pour agir, pour apprendre, l'élève doit trouver insuffisant ses moyens de contrôle, donc le sous-système avec lequel il négocie *ne doit pas pour lui être un allié mais un concurrent*. » (page 45)

Ce qui lui permet de définir l'interaction *effective*:

« L'interaction que nous appelons *effective* est celle qui ne dépend pas entièrement de l'acteur. Il reçoit de l'extérieur des sanctions non prévues de sa part. Le contrôle de ses actions est assumé, en partie, par un système extérieur. » (page 62)

« En revanche, si l'enseignant cherche à organiser un milieu *allié* où l'acteur agit sous des contraintes *qui essayent de lui faire éviter les confrontations*, alors nous sommes en face d'*interactions de type fictif*. » (page 68)

Dans les pratiques d'enseignement *ostensives* (dans lesquelles le professeur cherche à montrer à l'élève ce qu'il doit voir et comprendre) le milieu est *allié*, l'élève doit "lire" ou "reconnaître" dans ce milieu les connaissances qu'il s'agit d'acquérir. Son rapport avec le milieu est donc fictif puisqu'il n'y a rien qui réagisse pour montrer une réponse inadéquate.

Exemple

Dans un manuel de 5^{ème} 1997.

ACTIVITE DECOUVRIR une figure agrandie

ABCD est un trapèze rectangle (dans le manuel, ce trapèze est représenté)

Agrandis ce trapèze en multipliant par 4 les dimensions indiquées. Le trapèze que tu obtiens est une représentation à l'échelle 4 du trapèze dessiné sur le livre.

Pour représenter une figure à l'échelle 4, on multiplie les dimensions de cette figure par 4

L'usage du mot "découvrir" dans ce manuel montre bien l'ambiguïté du credo "l'enfant doit construire son savoir". La "construction" est ici la reconnaissance des propriétés d'un milieu *allié*, il s'agit d'un apprentissage par ostension, même si l'élève manipule des objets matériels (ici il multiplie par 4 et dessine la figure agrandie).

Dans l'apprentissage par adaptation, il s'agit au contraire de construire des connaissances contre un milieu *antagoniste* qui résiste. En effet, ce sont les rétroactions du milieu qui permettent l'apprentissage de l'élève. Dans un milieu *allié*, il n'y a pas de rétroaction, l'élève agit, le milieu « est agit ».

4.2- La structuration du milieu

Dans l'environnement de l'élève, il n'y a pas qu'un milieu "matériel", avec lequel il serait en interaction "simple", et c'est pourquoi la description *antagoniste/allié* ne suffit pas si l'on veut décrire finement les situations de classe (ce qui n'est pas toujours nécessaire, d'ailleurs).

Margolinas C. 1998 Le milieu et le contrat, concepts pour la construction et l'analyse de situations d'enseignement in R. Noirfalise (Eds) *Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques*, conférence, Actes de l'Université d'Été, La Rochelle, Juillet 1998, ed. IREM Clermont-Ferrand, pp. 3-16

Brousseau (1990) décrit le milieu comme une structure "emboîtée" en "oignon", dont le point de départ est le milieu matériel. J'ai transformé ce modèle (Margolinas 1993) pour mettre en valeur le caractère central de la situation didactique et pour analyser, symétriquement à celle de l'élève, la situation du professeur.

Les ateliers publiés dans ces actes donneront des exemples d'utilisation de ce modèle pour l'analyse de situations ordinaires.

Dans la situation didactique, j'ai considéré précédemment plusieurs acteurs ou systèmes en présence : milieu, élève, professeur. On va considérer ceci comme des « places » : M, E, P. La situation didactique étant la situation de base que nous étudions, je lui ai attribué l'indice zéro, on a donc les places M0, E0, P0, dont les interactions forment la situation didactique S0. Sous la forme d'une ligne d'un tableau (voir annexe pour le tableau complet), on a donc :

M0: M-d'apprentissage	E0: Elève	P0: Professeur	S0: situation didactique
--------------------------	--------------	----------------	--------------------------

La structuration du milieu va décrire les milieux "intérieurs", symbolisés par des indices négatifs, avec lesquels l'élève interagit de façon privilégiée, et les milieux "extérieurs", symbolisés par des indices positifs, avec lesquels c'est le professeur qui interagit de façon privilégiée. Brousseau (1990) décrit 3 niveaux de milieux "intérieurs", et j'ai symétriquement (Margolinas 1993) défini 3 niveaux de milieux "extérieurs". Nous nous intéresserons ici uniquement aux milieux intérieurs, pour décrire les niveaux d'action de l'élève.

Avant d'avancer un peu dans la description du modèle, entendons-nous sur sa finalité : les problèmes que l'on peut poser (et parfois résoudre) à l'aide de ce modèle sont les suivants:

Le professeur, quand il donne un problème à résoudre à l'élève, plonge celui-ci dans un milieu.

- ☐ Quelles sont les caractéristiques du milieu obtenu?
- ☐ En particulier, s'agit-il d'un milieu allié ou d'un milieu antagoniste?
- ☐ Dans le cas d'un milieu antagoniste, peut-on parler de situation adidactique pour la connaissance visée? Pour une autre connaissance?
- ☐ Les connaissances du contrat didactique sont-elles en jeu dans la situation?

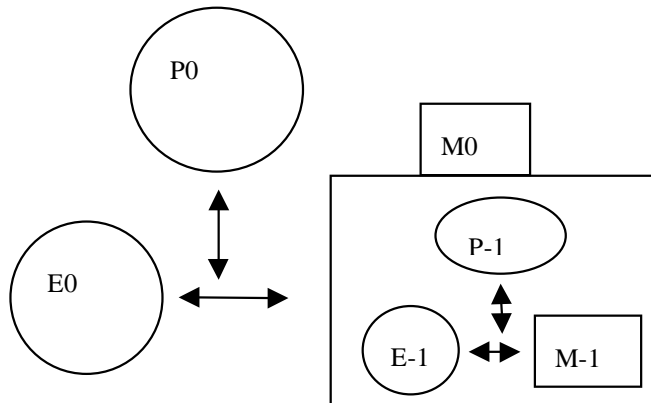
Les travaux que je mène depuis 1993 m'ont montré qu'une des questions importantes était également:

- ☐ Le problème posé définit-il une ou plusieurs situations?

Si l'on décrit schématiquement la description, il s'agit de modéliser ce qui constitue M0. Brousseau (1990) décrit ceci « en oignon », le milieu M0 est donc constitué des interactions entre un milieu (M-1), un sujet qui caractérise une des positions de l'élève (E-1), et un sujet qui caractérise une des positions du professeur (P-1). On peut représenter ceci soit comme une nouvelle « ligne » du tableau, soit comme une « couche » plus intérieure de « l'oignon ».

Margolinas C. 1998 Le milieu et le contrat, concepts pour la construction et l'analyse de situations d'enseignement in R. Noirfalise (Eds) *Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques*, conférence, Actes de l'Université d'Eté, La Rochelle, Juillet 1998, ed. IREM Clermont-Ferrand, pp. 3-16

M-1:	E-1:	P-1:	S-1:
M-de référence	E-apprenant	P-observateur	situation d'apprentissage



Et ainsi de suite, on considère ensuite le niveau suivant (-2), dans lequel on « rentre » dans M-1, et dans lequel la position du professeur n'apparaît plus (il s'agit du travail autonome de l'élève), puis le niveau final (-3) . Pour l'instant, j'imagine qu'il est difficile de se faire une représentation concrète de ces objets, et c'est pourquoi l'article va se clore sur une illustration de cette question, prolongée dans les différents ateliers.

Exemple (repris de Comiti, Grenier et Margolinas 1995).

Le problème suivant est posé oralement dans une classe de 3e en 1992 pour introduire la racine carrée:

Peut-on trouver des nombres dont le carré est moins un?

Les élèves travaillent sans calculatrice

Détermination de la situation objective (S-3)

La situation objective est une situation non finalisée, dans lequel le milieu matériel (M-3) comporte les objets disponibles pour E-3 qui permettent une entrée dans le problème.

Selon le point de vue de Chevallard (1989) on peut dire que le rapport institutionnel à ces objets doit être stable.

Ici, on trouve au minimum dans M-3

- les nombres entiers, relatifs, rationnels

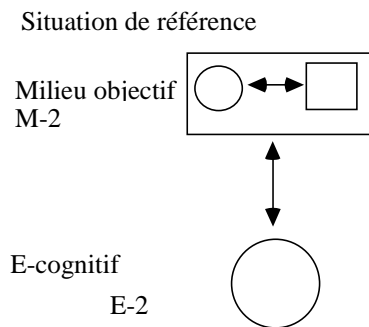
Les connaissances de E-3 permettant l'interaction avec M-3 sont:

- les propriétés de la multiplication sur ces nombres, notamment la règle des signes
- la définition d'un carré comme multiplication du nombre par lui-même.

S-3 (situation objective): E-3 produit (effectivement ou virtuellement) des couples de nombres connus associant un nombre et son carré (a, a^2).

Pour déterminer le niveau suivant (S-2), on doit se souvenir de l'emboîtement

Margolinas C. 1998 Le milieu et le contrat, concepts pour la construction et l'analyse de situations d'enseignement in R. Noirfalise (Eds) *Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques*, conférence, Actes de l'Université d'Eté, La Rochelle, Juillet 1998, ed. IREM Clermont-Ferrand, pp. 3-16



Les objets avec lesquels E-3 établit un rapport localement stable, issus de la situation objective (S-3), deviennent le milieu (M-2) pour l'interaction de E-2.

Ici, il s'agit des couples (a, a^2) .

Sans connaissance supplémentaire, on obtient

S-2: E-2 recherche des couples de nombres dans lesquels le deuxième terme (carré) est moins un.

Cette exploration systématique de l'ensemble des couples est la stratégie de base.

On obtient la situation d'apprentissage (S-1)

Le milieu M-1 est formé de l'absence de couple trouvé dans la situation précédente.

E-1 doit donc chercher une raison de cette propriété du milieu.

Les connaissances en jeu (utilisation de la règle des signes appliquée à une propriété de l'ensemble d'arrivée de la fonction carrée) sont bien celles que le professeur a pour projet que l'élève apprenne.

M-1 permet à E-1 de faire des essais, mais pas de conclure.

S-1: E-1 cherche une raison à l'absence de carré égale à moins un dans ses recherches.

P-1 observe (sans conclure) le déroulement de S-1.

La situation didactique S0

Dans S0, il s'agit de trouver une raison mathématiquement acceptable à l'absence de nombre dont le carré est moins un.

E0 peut formuler ce qu'il a appris dans la situation S-1.

P0 va intervenir pour conclure.

On peut notamment faire une preuve par exhaustion, qui semble à la portée des élèves:

il y a trois cas possibles, zéro, dont le carré n'est pas -1, un nombre positif, dont le carré est positif et donc n'est pas -1, un nombre négatif, dont le carré est positif et donc n'est pas -1.

La situation telle que je viens de la décrire est celle que le professeur veut produire, *mais on peut décrire une autre situation qui correspond au même problème.*

Pourquoi rechercher une nouvelle situation ? Il y a ici plusieurs motivations :

- ❑ le milieu matériel précédent inclue des connaissances récentes et sans doute peu stabilisées pour certains élèves de troisième (produit de nombres négatifs, définition du carré);
- ❑ dans les couples retenus, aucun ne correspond au couple $(-1)^2, -1$, pourtant donné par un élève de la classe, ce qui perturbera beaucoup le professeur dans le déroulement de la situation observée.

On peut construire un milieu **M'-3** qui permet l'entrée dans le problème:

- nombres entiers (ou écritures entières),
- "signes" parenthèses, virgule décimale, signe "moins", exposant, etc.
- règles d'écritures des signes (par exemple, on n'écrit pas 2,2,34).

Margolinas C. 1998 Le milieu et le contrat, concepts pour la construction et l'analyse de situations d'enseignement in R. Noirfalise (Eds) *Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques*, conférence, Actes de l'Université d'Eté, La Rochelle, Juillet 1998, ed. IREM Clermont-Ferrand, pp. 3-16

S'-3 (situation objective): E-3 produit (effectivement ou virtuellement) des couples de nombres connus associant un nombre et une écriture comportant ce nombre et un exposant "carré" (a, a^2) , $(a, (-a)^2)$, $(a, -(a)^2)$, etc.

La situation d'action (S'-2)

Recherche de couples de nombres dans lesquels le deuxième terme est moins un.

Cette exploration systématique de l'ensemble des couples est la stratégie de base. Dans S'2, il existe de tels couples.

La situation d'apprentissage (S-1)

Dans S'-1, E-1 formule une réponse à la question et sa raison. Sans S'-1, la réponse est positive et il suffit d'exhiber le couple correspondant.

Cette situation S' n'est pas attendue par le professeur, mais l'observation de classe montre qu'elle permet d'interpréter de nombreux moments d'incompréhension entre le professeur et les élèves.

Un moment d'observation, résumé de l'interaction entre le professeur et Michaël :

Michaël propose la réponse "oui" à la question "Peut-on trouver des nombres dont le carré est moins un?". Il a en effet trouvé un tel nombre, il s'agit du "carré négatif".

L'enseignant ne comprend pas ce que veut dire Michaël, l'explication de celui-ci se rapporte à l'écriture de l'expression à laquelle il pense (ce sont bien des écritures et non pas des nombres qui sont en jeu dans S').

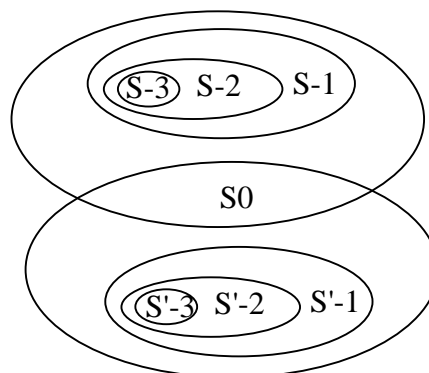
Cette écriture n'a aucune interprétation dans S (où $-(1)^2$ n'est jamais le carré d'un nombre), et l'enseignant, contrairement au contrat usuel dans la classe, envoie Michaël écrire au tableau.

L'explication qui permettrait de répondre à Michaël pourrait être "toutes les écritures bien formées avec un carré ne s'appellent pas carré".

Ce type d'information est très éloigné des propriétés que l'enseignant pense pouvoir institutionnaliser; elle pose d'autre part des problèmes avec le savoir savant sur le domaine numérique (dans lequel la question de l'écriture est secondaire).

Les interventions d'autres élèves au cours de la séance montrent que les deux analyses en S et S' de la situation permettent d'interpréter de nombreuses interventions d'élèves et d'incompréhension de l'enseignant.

Tout se passe comme s'il y avait "dédoublement" de la situation:



Conclusion

A travers le filtre des deux concepts en jeu dans ce texte, contrat et milieu, on a vu apparaître la description de beaucoup de connaissances différentes, connaissances des élèves mais aussi connaissances du professeur.

Margolinas C. 1998 Le milieu et le contrat, concepts pour la construction et l'analyse de situations d'enseignement in R. Noirfalise (Eds) *Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques*, conférence, Actes de l'Université d'Eté, La Rochelle, Juillet 1998, ed. IREM Clermont-Ferrand, pp. 3-16

Pour faire son travail, l'élève a des connaissances qui ne sont pas équivalentes du point de vue des savoirs à enseigner : connaissances du contrat didactiques, connaissances adéquates (ou idoines) pour un savoir donné. Pour le professeur, savoir évaluer quel type de connaissance l'élève peut utiliser pour réussir est essentiel, puisque son travail est d'enseigner des savoirs prédéterminés. C'est pour moi la raison majeure pour laquelle les enseignants et les formateurs d'enseignants pourraient être plus attentifs aux situations dans lesquelles ils mettent effectivement les élèves. Mais cette « attention » demande des connaissances, dont certaines me semblent développées dans le paradigme de la théorie des situations.

Grâce au travail de Fregona, le professeur peut par exemple s'interroger, avant de s'engager dans une activité, sur le caractère fictif ou effectif des relations que les élèves vont entretenir avec le milieu mis en place. S'il s'agit de relations de caractère fictif, mais qu'aucune situation meilleure ne semble possible, le professeur pourra au moins faire l'économie de temps de l'établissement concret du problème pour chaque élève, puisque son évocation ou son travail collectif n'est pas fondamentalement d'une nature différente.

Grâce à la métaphore de l'emboîtement des niveaux du milieu, ou bien grâce à la technique d'analyse de la structuration, le professeur peut s'apercevoir avant de vivre un problème avec ses élèves des « dédoublements » ou « bifurcations » possibles dans une situation, ce qu'il peut parfois prévenir par des interventions visant à maintenir l'élève dans la situation souhaitée, du point de vue de l'apprentissage.

Ces connaissances sont souvent présentes, sans justification formulée, chez les enseignants les plus expérimentés exemple : ce problème je le corrige collectivement, je ne demande plus à chacun de dessiner le trapèze, ou autre exemple : il y a des élèves qui bloque sur le carré, et il faut s'entendre avant sur ce que c'est, etc. Ce qui nous importe ici, c'est de commencer à nous intéresser à ces connaissances professionnelles, souvent éparées, et qui se transmettent difficilement du fait qu'elles ne sont pas organisées en raisons.

Références bibliographiques

BROUSSEAU Guy, 1990, Le contrat didactique: le milieu, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol 9 n°3 pp. 309-336, ed. La Pensée Sauvage, Grenoble

BROUSSEAU Guy, 1998, *Théorie des situations didactiques*, ed. La Pensée Sauvage, Grenoble.

COMITI Claude, GRENIER Denise, MARGOLINAS Claire, 1995, Niveaux de connaissances en jeu lors d'interactions en situation de classe et modélisation de phénomènes didactiques, in ARSAC Gilbert et al. coord, *Différents types de savoirs et leur articulation*, pp. 92-113, ed. La Pensée Sauvage, Grenoble.

FREGONA Dilma, 1995, Les figures planes comme « milieu » dans l'enseignement de la géométrie: interactions, contrats et transpositions didactiques, Thèse de l'Université de Bordeaux I, diffusion LADIST Bordeaux.

MARGOLINAS Claire, 1993, *De l'importance du vrai et le faux dans la classe de mathématiques*, 255p., ed. La Pensée Sauvage, Grenoble.

MARGOLINAS Claire, 1995, La structuration du milieu et ses apports dans l'analyse a posteriori des situations, in Margolinas Claire, *Les débats de didactique des mathématiques*, annales 1993-1994, ed. La Pensée Sauvage, Grenoble.

MARGOLINAS Claire, 1998, Etude de situations didactiques "ordinaires" à l'aide du concept de milieu: détermination d'une situation du professeur, *Actes de la 8^{ème} Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques*

Margolinas C. 1998 Le milieu et le contrat, concepts pour la construction et l'analyse de situations d'enseignement in R. Noirfalise (Eds) *Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques*, conférence, Actes de l'Université d'Eté, La Rochelle, Juillet 1998, ed. IREM Clermont-Ferrand, pp. 3-16

Annexe : Tableau de la structuration du milieu

A chaque niveau, $S_n = M_{n-1}$

M+3 M de construction		P+3 P-noosphérien	S+3 S-noosphérienne
M+2 M de projet		P+2 P-constructeur	S+2 S-de construction
M+1 M –didactique	E+1 E-réflexif	P+1 P-projeteur	S+1 S de projet
<i>M0</i> <i>M d'apprentissage</i>	<i>E0</i> <i>Elève</i>	<i>P0</i> <i>Professeur</i>	<i>S0</i> <i>S-didactique</i>
M-1 M de référence	E-1 E-apprenant	P-1 P-observateur	S-1 S-d'apprentissage
M-2 M – objectif	E-2 E-agissant		S-2 S de référence
M-3 M - matériel	E-3 E-objectif		S-3 S-objective